



3.6. Сабирање полинома

У раду са полиномима користе се све основне законитости операција (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност) као код реалних бројева. То је могуће, јер се претпоставља да за вредности променљивих полиноми добијају реалне бројне вредности.

Сабирање сличних монома.

1) За сличне мономе $4x$ и $7x$, збир израчунавамо овако:

$$\begin{aligned}4x + 7x &= (4 + 7)x \text{ (на основу дистрибутивности)} \\ &= 11x.\end{aligned}$$

Слично,

$$2) \quad 3ab - 8,5ab = (3 - 8,5)ab = -5,5ab; \quad 3) \quad -5x^2y + x^2y = (-5 + 1)x^2y = -4x^2y$$

Уопште, нека су αM и βM ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) два слична монома, њихов збир је

$$\alpha M + \beta M = (\alpha + \beta) M \text{ (на основу дистрибутивности).}$$

Сређени облик полинома. – Полином је *сређен* ако је написан као збир међусобно несличних монома.



Пример 1

1) $4x^2 - 3x + 2$ је полином у сређеном облику;

2) полином $2x^2 - 3x + 4 + 8x - 5$ није у сређеном облику јер има сличне чланове (мономе), $(-3x$ и $8x$, као и 4 и -5), али може да се доведе у сређени облик.

$$2x^2 - 3x + 4 + 8x - 5 = 2x^2 + (-3x + 8x) + (4 - 5), \text{ (комунитативност и асоцијативност сабирања)}$$

$$= 2x^2 + 5x - 1, \quad \text{(сређени облик).}$$

Ово је полином другог степена, јер се степен полинома одређује према степену највећег члана полинома:

Напомена:

Овде говоримо само о степену полинома у којем учествује само једна променљива. Може се увести и појам степена полинома од више променљивих, али ми се тиме нећемо бавити.



Пример 2

За сређене полиноме: 1) $-2x + 1$; 2) $7x^2 + 3x + 8$; 3) $9x^6 - 3x^4 + x^3$ степени су им, редом 1, 2 и 6.

За константе као што су, рецимо 5, -7 , $\frac{1}{2}$ и слично изузев константе 0, договорно узимамо да су степена 0. За константу 0 степена се не дефинише.

Сабирање сређених полинома. – Збир два сређена полинома је сређени полином који је једнак збиру та два полинома.



Пример 3

1) Збир полинома $3a^2 + 2a - 1$ и $5a^3 - 2a^2 + a + 5$ је

$$\begin{aligned} (3a^2 + 2a - 1) + (5a^3 - 2a^2 + a + 5) &= 3a^2 + 2a - 1 + 5a^3 - 2a^2 + a + 5 \quad (\text{несређени облик}) \\ &= 5a^3 + (3a^2 - 2a^2) + (2a + a) + (-1 + 5) \\ &= 5a^3 + a^2 + 3a + 4 \quad (\text{сређени облик}). \end{aligned}$$

Дакле, збир та два полинома је полином $5a^3 + a^2 + 3a + 4$.

2) Исто тако је

$$(x^4 + x^3) + (x^2 - x + 1) = x^4 + x^3 + x^2 - x + 1.$$

3) Провери тачност једнакости

$$(x + yz^2) + (2x^2 + x - 4yz^2 + xz) = 2x^2 + 2x - 3yz^2 + xz.$$

● **Супротни полиноми.** – Већ смо рекли да за полиноме веже основне законитости операција са реалним бројевима. Једна од тих је и

$$P + (-P) = 0,$$

где је P неки полином. То јест, сваки полином P има свој супротни полином $-P$.



Пример 4

1) За полином $2x^2 - 5$ његов супротни полином је $-2x^2 + 5$, јер је $(2x^2 - 5) + (-2x^2 + 5) = 0$.

Супротан полином полинома $2x^2 - 5$ означавамо $-(2x^2 - 5)$, па је $-(2x^2 - 5) = -2x^2 + 5$.

2) Полиному $3x^3 - 5x^2 + x - 1$ је супротан $-(3x^3 - 5x^2 + x - 1)$
 $-(3x^3 - 5x^2 + x - 1) = -3x^3 + 5x^2 - x + 1$,

јер је

$$(3x^3 - 5x^2 + x - 1) + (-3x^3 + 5x^2 - x + 1) = 0.$$

Нека су P и Q два полинома. Разлику полинома P и Q дефинишемо као:

$$P - Q = P + (-Q),$$

где је полином $-Q$ супротан полиному Q .



Пример 5

$$\begin{aligned} 1) (2x^2 + 4x - 7) - (-4x^2 + 7x - 3) &= (2x^2 + 4x - 7) + (4x^2 - 7x + 3) \\ &= 2x^2 + 4x - 7 + 4x^2 - 7x + 3 \\ &= 6x^2 - 3x - 4; \end{aligned}$$

2) Краће записујемо, на пример, овако:

$$\begin{aligned} (1 + 4ab - 5b^2) - (2b^2 - 3ab - 4) &= 1 + 4ab - 5b^2 - 2b^2 + 3ab + 4 \\ &= 5 + 7ab^2 - 7b^2. \end{aligned}$$



Задаци

1. Израчунај збир и разлику монома:

1) $9a + 12a$; 2) $5xy - 3, 2xy$; 3) $-17x^2 + 20\frac{1}{2}x^2$; 4) $-3\frac{1}{2}ab - 1\frac{2}{3}ab$.

2. Израчунај:

1) $(5a - 3a) + 4a$; 2) $(7ab - 11ab) + 13ab$; 3) $(1, 1x^2 + 0, 1x^2) - x^2$; 4) $2\frac{1}{4}xy - \left(5xy - \frac{1}{2}xy\right)$.

3. Израчунај:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(2\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}a\right) + \left(\frac{1}{2}a + 2a\right); & 2) \left(2\frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x^2\right) - \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x^2\right); \\ 3) \left(2\frac{1}{2}ab - 1\frac{1}{2}ab\right) + \left(\frac{1}{2}ab - 2ab\right); & 4) \left(2\frac{1}{2}xy^2 - 1\frac{1}{2}xy^2\right) - \left(\frac{1}{2}xy^2 + 2xy^2\right). \end{array}$$

4*. Збиру монома $6ab$ и $-7ab$ додај:

$$1) 5ab; \quad 2) \frac{1}{2}ab; \quad 3) -4,5ab,$$

5. Среди полином и одреди његов степен:

$$1) 2a^3 - 4a^2 + 3a - 5a^2 - 2a \quad 2) 4x^2 - 3x + 5 + 2x - 3 - 4x^2$$

6. Израчунај збир полинома

$$\begin{array}{ll} 1) -5 + 3x + 4x^2 - 7x^3 \text{ и } 2 - 5x + 3x^2 + 5x^3 & 2) 3x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \text{ и } 2x^3 + 7x^2 + 7 \\ 3) -7 + 3a^2 - 4a^3 \text{ и } 3a^4 - 6a^2 + 5a + 2; & 4) -x^2 + 1 \text{ и } x^2 - 1. \end{array}$$

7. Запиши супротан полином полинома:

$$\begin{array}{ll} 1) 4ab - b^2 + 1; & 2) -7ax + 3x^2 - 9a + 5; \\ 3) -1 + x - x^2; & 4) 2x^3 - 9x^2y + 8xy^2 + 6y^3. \end{array}$$

8. Израчунај разлику полинома:

$$\begin{array}{l} 1) 1 - x - 2x^2 + 3x^3 \text{ и } 4 + x - 2x^2 - x^3; \\ 2) a^4 - 3ab^3 + 4a^3b + 5a^2b^4 \text{ и } 2a^4 + 4a^3b - ab^3 + 6a^2b^4. \end{array}$$

9. Ако је $A = 3x^2 - 4x + 5$, $B = 2x^3 - 7x^2 + x$, $C = x^2 - 8$, израчунај:

$$1) A + B + C; \quad 2) A + B - C; \quad 3) A - B + C;$$

10. Дати су полиноми A , B , C ,

$$A = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 8, \quad B = -4x^3 - 2x^2 + 7x + 1, \quad C = 5x^3 + 6x^2 - 5x + 4.$$

1) Запиши полиноме $-A$, $-B$, $-C$, супротне полиномима A , B , C ;

2) Одреди полином (у сређеном облику):

$$(1) A + B + (-C); \quad (2) A + (-B) - C; \quad (3) (-A) + B + C;$$

3)* Означимо полином под (1) P , под (2) Q , и под (3) S . Каква веза постоји између полином $A + B + C$ и полином $P + Q + S$?